

Dies ist eine originale Prüfungsaufgabe

Parabel P1

LÖSUNG

Die Punkte P (0 / 8) und Q (3 / 5) sind die Schnittpunkte der nach unten geöffneten Normalparabel p mit der Geraden g.

- Ermitteln Sie rechnerisch die Funktionsgleichung der Geraden g.
- Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes T der Geraden mit der x- Achse.
- Bestimmen Sie rechnerisch die Normalform der Parabel p.
- Ermitteln Sie rechnerisch die Koordinaten des Scheitelpunktes S von p.
- Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte N₁ und N₂ der Normalparabel mit der x- Achse rechnerisch.
- Zeichnen Sie beide Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem und tragen Sie die Punkte P und Q ein.

a) Funktionsgleichung der Geraden g

1. Bestimmung des Steigungsfaktors m:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow m = \frac{5 - 8}{3 - 0} \rightarrow m = \frac{-3}{3} \rightarrow \underline{m = -1}$$

2. Bestimmung des y- Schnittpunktes n

Lösungsschema: Einsetzen eines Koordinatenpunktes in die allgemein Gleichung $y = m \cdot x + n$

$$5 = -1 \cdot 3 + n$$

$$5 = -3 + n$$

$$\underline{n = 8}$$

3. Funktionsgleichung: $\underline{y = -x + 8}$

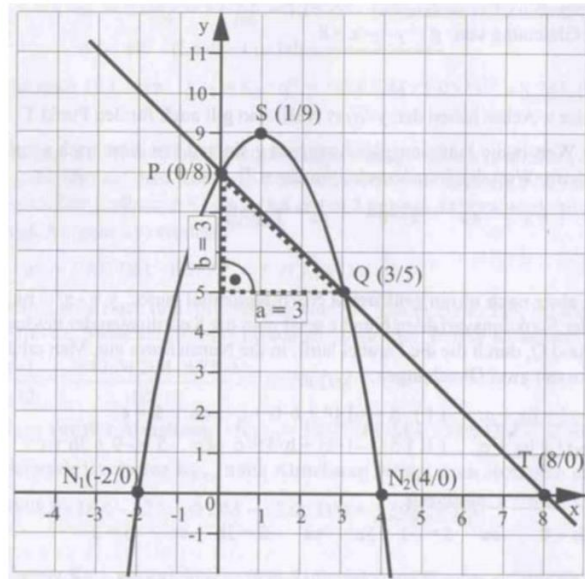
b) Schnittpunkt T der Geraden mit der x- Achse.

Lösungsschema: $y = 0$ setzen

$$0 = -x + 8$$

$$x = 8 \rightarrow T(8/0)$$

Die Gerade schneidet die x- Achse im Punkt T (8 / 0).



c) Normalform der Parabel p

Lösungsschema Parabel p: Einsetzen der Koordinatenpunkte in die allgemeine Funktionsgleichung

Funktionsgleichung allgemein: $y = -x^2 + bx + c$.

Funktionsgleichung I:

$$8 = -(0)^2 + b \cdot 0 + c$$

$$8 = c$$

$$\underline{c = 8}$$

Einsetzen I in II:

$$14 = 3b + 8$$

$$6 = 3b \quad / : 3$$

$$\underline{2 = b}$$

Funktionsgleichung II:

$$5 = -3^2 + b \cdot 3 + c$$

$$5 = -9 + 3b + c$$

$$\underline{14 = 3b + c}$$

Funktionsgleichung: $\underline{y = -x^2 + 2x + 8}$

d) Koordinaten des Scheitelpunktes S von p.

Lösungsschema: Umformen in Scheitelpunktform mit quadrat. Ergänzung

$$y = -x^2 + 2x + 8 \quad (-1 \text{ ausklammern})$$

$$y = -[x^2 - 2x - 8] \quad (\text{quadrat. Ergänzung})$$

$$y = -[x^2 - 2x + 1^2 - 1^2 - 8]$$

$$y = -[(x - 1)^2 - 9]$$

$$y = -(x - 1)^2 + 9$$

Ablesen des Scheitelpunktes aus der Scheitelpunktform : $\underline{S(1/9)}$

e) Schnittpunkte mit der x- Achse (= Nullstellen)

Lösungsschema: Nullstellen = Schnittpunkt mit der x- Achse, d.h. $y = 0$.

$$0 = -x^2 + 2x + 8$$

$$0 = x^2 - 2x - 8$$

$$x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1^2 + 8}$$

$$x_{1,2} = 1 \pm 3$$

$$\underline{x_1 = 4}$$

$$\rightarrow N_1 (4/0)$$

$$\underline{x_2 = -2}$$

$$\rightarrow N_2 (-2/0)$$